

در دوران جنگ جهانی دوم وظیفه زیردریایی‌های آلمانی حمله به کشتی‌های تجاری بود. زیردریایی‌ها در آن دوران روی سطح آب مثل کشتی حرکت می‌کردند و وقتی لازم می‌شد کمی به زیر سطح آب می‌رفتند. البته زیر آب سرعتش کمتر بود و اگر کسی در سطح آب و بسیار نزدیک به زیردریایی بود می‌توانست آن را ببیند. تا مدتی زیردریایی‌ها موفق بودند و کشتی‌های تجاری را غرق می‌کردند و از رسیدن آن‌ها به مقصد جلوگیری می‌کردند. وظیفه‌ی کشتی‌های جنگی متفقیین محافظت از کشتی‌های تجاری و حمله به این زیردریایی‌ها بود. کشتی‌های جنگی فقط وقتی زیردریایی در نزدیکی‌شان بود می‌توانستند آن را مشاهده کنند و اگر به مکانی درست بالای زیردریایی می‌رسیدند می‌توانستند با رها کردن بمب آن را نابود کنند.

در یکی از روزهای جنگ جهانی دوم یک کشتی جنگی از متفقیین و یک زیردریایی آلمانی که از دو جبهه‌ی متخاصم بودند، هم‌زمان روی سطح آب و در فاصله‌ای بودند که می‌توانستند هم‌دیگر را ببینند. دستورالعمل کاپیتان زیردریایی این بود که به زیر سطح آب برود و با بیش‌ترین سرعت ممکن در یک جهت تصادفی و در خطی مستقیم از منطقه دور شود. متفقیین از دستورالعمل کاپیتان زیردریایی آلمانی و بیش‌ترین سرعت زیردریایی آگاه شده بودند ولی نمی‌دانستند که زیردریایی در چه جهتی حرکت می‌کند.

بیش‌ترین سرعت زیردریایی زیر آب را u و سرعت کشتی جنگی را v ($v > u$) و فاصله‌ی اولیه‌ی آن‌ها در سطح آب را l بگیرید. هنگامی که زیردریایی زیر آب می‌رفت نمی‌توانست به عمق آب برود و هم‌واره در نزدیکی سطح آب می‌ماند.

دستورالعملی به کاپیتان کشتی داده شد که چه‌گونه در مسیری حرکت کند که حتماً زمانی در آینده درست بالای سر زیردریایی باشد.

می‌خواهیم ببینیم آن دستورالعمل چه بود؟ محل اولیه‌ی زیردریایی را نقطه‌ی O مبدأ مختصات

و محل اولیه کشتی جنگی را نقطه A با فاصله l از آن و روی محور x بگیرید. زیردریایی به زیر سطح آب می رود در یک جهت تصادفی و شعاعی از نقطه O با سرعت u دور می شود.

الف - فرض کنید وقتی زیردریایی به زیر سطح آب رفت، کاپیتان زیردریایی در انتخاب مسیر تصادفی بدترین تصمیم ممکن را بگیرد و مستقیم به طرف کشتی جنگی بیاید. در این صورت کشتی جنگی چه مدت باید صبر کند تا زیردریایی به زیر کشتی برسد؟

ب - اما قاعداً کاپیتان زیردریایی بدترین تصمیم ممکن را نمی گیرد و وقتی زیردریایی به زیر سطح آب رفت مستقیم در یک جهت تصادفی حرکت می کند. فرض کنید کاپیتان کشتی جنگی این را می داند. در این صورت فکر می کنید کاپیتان کشتی جنگی چه باید بکند تا بتواند پس از مدتی حتماً بالای سر زیردریایی باشد تا بتواند آن را غرق کند؟ دو بند زیر را در نظر بگیرید؟

ب-۱ - مسیر کشتی چه باید باشد؟

ب-۲ - بردار سرعت کشتی بر حسب زمان چه باید باشد؟

راه‌نمایی: بخشی از دستورالعمل این بوده که کشتی مدتی سر جای خودش بایستد و سپس در مسیری خاص حرکت کند. اگر از دستگاه قطبی استفاده کنید مسئله ساده تر می شود.

ج - حالا فرض کنید که کاپیتان زیردریایی هم از دستورالعمل کاپیتان کشتی جنگی مطلع می شد. در آن صورت چه گونه می توانست با آن مقابله کند؟