

به نام خدا

امتحان میان‌ترم اول فیزیک I

دانشگاه الزهراء - اردیبهشت ۹۹

مسئله ۱) جسمی درون سیالی حرکت می‌کند. نیروی مقاومتی که از طرف سیال به آن وارد می‌شود به شکل  $bv^2$  است. که  $v$  سرعت ذره با بُعد  $LT^{-1}$ ،  $b$  یک ثابت، و بُعد نیرو  $MLT^{-2}$  است.

الف- بُعد ثابت  $b$  چیست؟

ب- اگر این ذره به خاطر وزنش  $mg$  درون شاره سقوط کند، پس از مدتی به سرعت حد  $v_f$  می‌رسد. این سرعت به جرم ذره،  $m$ ، شتاب گرانش  $g$ ، و ثابت  $b$  بستگی دارد. با استفاده از تحلیل ابعادی رابطه‌ای برای سرعت حد به دست آورید.

حل مسئله ۱) الف-

$$[b] = \frac{[F]}{[v^2]} = \frac{MLT^{-2}}{L^2T^{-2}} = ML^{-1}$$

ب- با توجه به بُعد کمیت‌های

$$[v_f] = LT^{-1}, \quad [b] = ML^{-1}, \quad [m] = M, \quad [g] = LT^{-2}$$

تنها یک کمیت بی‌بُعد  $\frac{bv_f^2}{mg}$  می‌توان ساخت. تحلیل ابعادی می‌گوید این کمیت باید ثابت باشد. پس

$$v_f = C \sqrt{\frac{mg}{b}},$$

که  $C$  یک ثابت است.

مسئله ۲) بر اساس مشاهده، این واقعیت‌های تقریبی در مورد پستان‌داران دیده شده. تعداد ضربان قلب همه‌ی پستانداران طی کل عمرشان یکسان است. تعداد ضربان بر واحد زمان با جرم آن به توان  $\frac{-1}{4}$  متناسب است.

الف- جرم وال آبی 200 تن و جرم یک پستان‌دار بسیار کوچک 2 گرم است. نسبت عمر وال آبی به عمر آن پستان‌دار تقریباً چه قدر است؟

ب- عمر متوسط شیر ۱۰ سال و وزن متوسط آن حدود ۲۰۰ کیلوگرم است. عمر متوسط وال تقریباً چه قدر است؟

حل مسئله ۲) الف- تعداد ضربان بر واحد زمان را با  $n_t$ ، طول عمر آن پستان‌دار را با  $T$  و تعداد ضربان قلب یک پستان‌دار در طی کل عمرش را با  $N$  نشان می‌دهیم. چون تعداد ضربان قلب همه‌ی پستانداران طی کل عمرشان یکسان است، پس  $N = n_t \times T$  برای همه‌ی پستانداران یکسان است. پس

$$\frac{n_{tW} \times T_W}{n_{tS} \times T_S} = 1, \quad \Rightarrow \quad \frac{T_W}{T_S} = \frac{n_{tS}}{n_{tW}} = \left(\frac{m_W}{m_S}\right)^{1/4}$$
$$\frac{T_W}{T_S} = \left(\frac{200 \times 10^3}{2 \times 10^{-3}}\right)^{1/4} = 100$$

ب-

$$\frac{T_W}{10} = \left(\frac{200 \times 10^3}{200}\right)^{1/4} = \frac{10}{\sqrt{10}} \approx 5.6 \quad \Rightarrow \quad T_W \approx 56 \text{ Y}$$

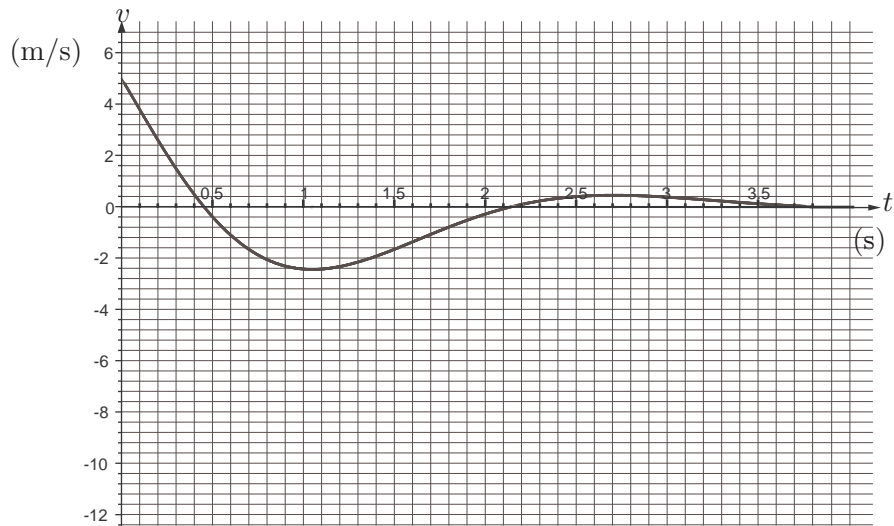
بنا بر این عمر متوسطِ وال تقریباً پنجاه تا شصت سال است.

مسئله‌ی ۳) منحنی‌ی زیر منحنی‌ی سرعت- زمان برای ذره‌ی متحرکی است. محور عمودی سرعت بر حسب متر بر ثانیه و محور افقی زمان بر حسب ثانیه است.

الف- اولین زمانی که سرعت ذره صفر می‌شود، کی است؟

ب- شتاب ذره در زمان‌های  $t = 0$ ،  $t = 1.5$  s، و  $t = 4$  s تقریباً چه قدر است؟

ج- سرعت متوسط ذره بین زمان‌های  $t = 0$  تا  $t = 1$  s، تقریباً چه قدر است؟



حل مسئله‌ی ۳) الف- اولین زمانی که سرعت ذره صفر می‌شود، بین  $t = 0.4$  s و  $t = 0.5$  s است.  $t \approx 0.45$  s

ب- برای به دست آوردن شتاب ذره در زمان‌های  $t = 0$ ،  $t = 1.5$  s، و  $t = 4$  s باید شیب منحنی را در آن زمان‌ها به دست آوریم. چنان‌که در شکل هم می‌بینید در  $t = 0$ ،  $\Delta v = -2.4$  m/s و  $\Delta t = 0.4$  s است. پس

$$a(t = 0) \approx \frac{\Delta v}{\Delta t} = -6 \text{ m/s}^2$$

در  $t = 1.5$  s،  $\Delta v = 0.8$  m/s و  $\Delta t \approx 0.25$  s است. پس

$$a(t = 1.5 \text{ s}) \approx \frac{\Delta v}{\Delta t} = 3.2 \text{ m/s}^2$$

در  $t = 4$  s،  $\Delta v = 0$  m/s و  $\Delta t \approx 0.2$  s است. پس

$$a(t = 4 \text{ s}) \approx 0 \text{ m/s}^2$$

ج- با استفاده از اطلاعات منحنی‌ی سرعت- زمان در شکل اطلاعاتی در مورد جابه‌جایی ذره به دست

می‌آوریم. برای این‌کار باید سطح زیر منحنی سرعت-زمان را به دست آوریم. برای این‌کار باید ابتدا مساحت هر یک از خانه‌ها را به دست آوریم. ابعاد هر خانه  $\delta t = 0.1$  s و  $\delta v = 0.4$  m/s است. پس مساحت هر خانه  $0.4 \text{ m/s} \times 0.1 \text{ s} = 0.04 \text{ m}$  است. برای آن‌که جابه‌جایی ذره بین  $t = 0$  و  $t = 1$  s را به دست آوریم، باید تعداد خانه‌ها را بشماریم. همان‌طور که می‌بینیم تعداد زیادی از خانه‌ها نصفه نیمه هستند، که کار شمردن را دشوار می‌کنند. بنا بر این هر چه اندازه‌ی خانه‌ها کوچک‌تر باشد نتیجه دقیق‌تر است، هرچند شمردن خانه‌ها سخت‌تر می‌شود. توجه داشته باشید که زمان‌هایی که سرعت منفی است، یعنی منحنی سرعت-زمان زیر خط  $v = 0$  است، ذره به عقب بر می‌گردد و جابه‌جایی آن منفی است. پس در محاسبه‌ی جابه‌جایی سطح بخش‌هایی که زیر خط  $v = 0$  هستند را منفی و بخش‌های بالای آن را مثبت می‌گیریم. تعداد خانه‌ها تقریباً 20 - 25 خانه است. پس

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(25 - 20) \times 0.04}{1} \approx 0.2 \text{ m/s}$$

