به نامِ خدا

امتحانِ میان‌ترمِ اولِ بیوفیزیک　　دانشگاهِ الزهرا ــ آبانِ ۹۸

مسئله‌یِ ۱) حشرات اکسیژن را از طریقِ سطحِ پوست‌شان جذب می‌کنند. حشرات را تقریباً به شکلِ کره بگیرید. بیش‌ترین مقدار اکسیژنی که در واحدِ زمان از طریقِ واحدِ سطحِ پوست می‌توانند جذب می‌کنند α، و کم‌ترین مقدار اکسیژنِ لازم در واحدِ زمان برایِ واحدِ حجمِ یک حشره برایِ آن‌که زنده بماند، β است. بزرگ‌ترین حشره‌یِ تقریباً کروی شعاعش تقریباً چه‌قدر است؟

مسئله‌یِ ۲) تور دو فرانس یا تورِ فرانسه معتبرترین مسابقه‌یِ دوچرخه‌سواریِ جاده دنیاست که هر ساله به مدت سه هفته در جاده‌هایِ فرانسه و کشورهای پیرامونِ آن، در فصلِ تابستان برگزار می‌شود. این مسابقه معمولاً از مرکز شهر پاریس شروع می‌شود و در همان‌جا هم به پایان می‌رسد. هر دوچرخه سوار در این مسابقه مقدارِ زیادی می‌خورد. اگر کل مصرف روزانه غذای او بسوزد، حدود 8000 کیلوکالری گرما آزاد می‌شود. در طول سه یا چهار هفته مسابقه وزنِ او تغییرِ زیادی نمی‌کند. بنابراین ورودی و خروجی‌یِ انرژی او باید تقریباً برابر باشند. توجه داشته باشید $1\,\mathrm{cal} = 4.18\,\mathrm{J}$ یا $1\,\mathrm{J} = 0.24\,\mathrm{cal}$ است.

الف ــ دوچرخه‌ها در این مسابقه فوق‌العاده کارآمد هستند. انرژی تلف‌شده در اثرِ اصطکاکِ داخلی و حتی لاستیک‌ها ناچیز است. اما اتلافِ انرژی به خاطرِ مقاومتِ هوا که روزانه حدودِ $10^7\,\mathrm{J}$ است، قابلِ توجه است. این انرژی‌یِ اتلافی معادلِ چندکیلوکالری است؟ اختلافِ انرژی‌یِ ورودی و این انرژی‌یِ تلف‌شده چه‌قدر است؟

ب ــ مسیرِ مسابقه را تقریباً هم‌سطح بگیرید. بنا بر این تغییرِ انرژی‌یِ پتانسیل تقریباً صفر است. اختلافِ انرژی‌یِ ورودی و انرژی‌یِ تلف‌شده بر اثرِ مقاومتِ هوا صرفِ بالارفتنِ دمایِ بدنِ دوچرخه‌سوار می‌شود. هر دوچرخه‌سوار روزانه مقدارِ زیادی آب می‌نوشد. این آب با گرفتنِ گرمایِ ناشی از سوخت‌وساز تبخیر می‌شود. گرمایِ نهانِ تبخیرِ آب $L \approx 574\,\mathrm{kcal/L}$ است. یعنی برایِ تبخیرِ یک لیتر آب $574\,\mathrm{kcal}$ لازم است و یا برایِ تبخیرِ حدودِ $2\,\mathrm{L}$ آب، تقریباً $1000\,\mathrm{kcal}$ لازم است. هر دوچرخه‌سوار روزانه تقریباً چه‌قدر آبِ می‌نوشد؟

ج ــ هر دوچرخه‌سوار روزانه 6 ساعت مسابقه می دهد و مقدارِ زیادی آب می‌نوشد. نیرویِ مقاومتِ هوا را متناسب با مجذورِ سرعت $f = bv^2$ بگیرید که b مقداری ثابت است. در یک تونلِ باد، $b = 1.5\,\mathrm{Kg/m}$ به دست می‌آید. فرض کنید دوچرخه‌سوار با سرعتِ ثابت حرکت

می‌کند. با در نظر گرفتنِ انرژی‌یِ اتلافی‌یِ بندِ قبل یعنی روزانه حدودِ 10^7 J، این سرعت را به دست آورید.

مسئله‌یِ ۳) احتمال درگیر شدن با یک بیماری‌یِ نادر $P(X) = 0.02\%$ یعنی یک نفر از هر 5000 نفر است. آزمایشی برایِ تشخیصِ این بیماری وجود دارد. اگر کسی این بیماری را داشته باشد، احتمالِ آن‌که نتیجه آزمایش مثبت شود، $P(+|X) = 99.90\%$ و اگر این بیماری را نداشته باشد، احتمالِ آن‌که نتیجه آزمایش منفی شود، $P(-|\bar{X}) = 99.95\%$ است.

الف‌ـ فرض کنید نتیجه‌یِ آزمایشِ فردی مثبت باشد، احتمالِ آن‌که او واقعاً بیمار باشد چه‌قدر است؟

ب‌ـ فرض کنید، فردی دو بار مستقلاً آزمایش می‌شود. اگر نتیجه‌یِ هر دو آزمایش مستقلاً مثبت باشد، احتمالِ آن‌که او واقعاً بیمار باشد چه‌قدر است؟

★ ج‌ـ فرض کنید، فردی دو بار مستقلاً آزمایش می‌شود. نتیجه‌یِ آزمایشِ اول را با A و آزمایشِ دوم را با B نشان می‌دهیم که هرکدام می‌توانند مثبت یا منفی باشند. احتمالِ آن‌که او واقعاً بیمار باشد یعنی $P(X|A \cap B)$ بر حسبِ $P(A|X), P(B|X), P(A|\bar{X})$ و $P(B|\bar{X})$ چه‌قدر است؟ اگر نتیجه‌یِ هر دو آزمایش مستقلاً منفی باشد، احتمالِ آن‌که او واقعاً بیمار نباشد چه‌قدر است؟

راه‌نمایی ـ چون نتیجه‌یِ دو آزمایش یعنی A و B را مستقل گرفته‌ایم،

$$P(A \cap B|X) = P(A|X) \cdot P(B|X).$$

مسئله‌یِ ۴) DNA زنجیره‌ای از چهار نوع نوکلئوتیدِ آدنین (A) ، گوانین (G) ، سیتوزین (C) و تیمین(T) است. فرض کنید هر جای‌گاه با احتمالِ یک‌سان می‌تواند یکی از این چهار نوع نوکلئوتید باشد. ژن کُدکننده‌یِ پروتئین زنجیره‌ای از سه‌تایی‌ها به نام کُدان است. کُدانِ شروع ATG است و زنجیره تنها وقتی به یکی از سه کُدانِ توقف یعنی TAA ، TAG ، TGA می‌رسد، به پایان می‌رسد.

الف‌ـ چند کُدانِ مختلف می‌تواند وجود داشته باشد؟

ب‌ـ زنجیره‌ای در نظر بگیرید که پس از یک کُدانِ معین که کُدانِ شروع است، با N کُدانِ غیرِ توقف ادامه می‌یابد و پس از آن با یکی از کُدان‌هایِ توقف ختم شود. احتمالِ وقوعِ چنین زنجیره‌ای برایِ طولِ دل‌خواهِ N چه‌قدر است؟ اگر $N = 200$ باشد، این احتمال تقریباً چه‌قدر است؟