

به نام خدا  
دانش گاه الزهرا  
امتحان اول مکانیک تحلیلی - I  
1390/08/7

امتحان شامل 5 سوال چهارگزینه‌ای و 2 سوال تشریحی است. هر سوال چهارگزینه‌ای فقط یک گزینه‌ی صحیح دارد. سؤال‌های چند گزینه‌ای نمره‌ی منفی ندارد.

نام:  
نام خانوادگی:  
شماره‌ی دانش جویی:

d	c	b	a	
				۱
				۲
				۳
				۴
				۵
				۶
				۷
				۸

۱) ذره‌ای به جرم  $m$  که فقط در راستای  $x$  حرکت می‌کند تحت نیروی  $F(t) = F_0 \frac{t}{t+\tau}$  برای  $t \geq 0$  قرار دارد ( $F_0$  و  $\tau$  مثبت و ثابت هستند). اگر ذره در  $t=0$  در مبدا و ساکن بوده باشد، در  $t=3\tau$  چه سرعتی دارد؟ راه‌نمایی: در انتگرال ممکن است تغییر متغیر  $t' = t + \tau$  مفید باشد.

$$\frac{F_0\tau}{m}(3 - \ln 4) \text{ (d)} \quad \frac{F_0\tau}{m}(4 - \ln 5) \text{ (c)} \quad \frac{F_0\tau}{m}(1 - \ln 2) \text{ (b)} \quad \frac{F_0\tau}{m}(2 - \ln 3) \text{ (a)}$$

۲) ذره‌ی سوال قبل در  $t=3\tau$  کجاست؟

$$\frac{F_0\tau^2}{m}(9 - 5 \ln 5) \text{ (d)} \quad \frac{F_0\tau^2}{m}\left(\frac{15}{2} - 4 \ln 4\right) \text{ (c)} \quad \frac{F_0\tau^2}{m}(4 - 3 \ln 3) \text{ (b)} \quad \frac{F_0\tau^2}{m}\left(\frac{3}{2} - 2 \ln 2\right) \text{ (a)}$$

۳) اندازه‌ی نیروی اصطکاک یک سیال برای جسمی هم‌واره به شکل  $bv^2$  است. اگر جسم در سیال با سرعت  $v_0$  در راستای قائم روبه بالا پرتاب شود، و وزن جسم  $mg$  باشد، پس از چه زمانی به نقطه‌ی اوج می‌رسد؟

$$\sqrt{\frac{m}{bg}} \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{b}{mg}} v_0\right) \text{ (b)} \quad \infty \text{ (a)}$$

$$\sqrt{\frac{m}{2bg}} \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{b}{mg}} v_0\right) \text{ (d)} \quad \sqrt{\frac{2m}{bg}} \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{b}{mg}} v_0\right) \text{ (c)}$$

۴) ذره‌ای به جرم  $m$  در پتانسیل یک بُعدی  $V(x) = -V_0(x^4 - 2x^2)$  ( $V_0 > 0$ ) با انرژی  $E = V_0$  از نقطه‌ی  $x_0$  به سمت منفی محور  $x$  شروع به حرکت می‌کند ( $0 < x_0 < 1$ ). ذره پس از چه مدتی به  $-x_0$  می‌رسد؟

$$\sqrt{\frac{m}{2V_0}} \ln \frac{1+x_0}{1-x_0} \quad (d) \quad \sqrt{\frac{m}{2V_0}} \ln \frac{1+x_0}{x_0} \quad (c) \quad \sqrt{\frac{2m}{V_0}} \ln \frac{1+x_0}{1-x_0} \quad (b) \quad \sqrt{\frac{2m}{V_0}} \ln \frac{1+x_0}{x_0} \quad (a)$$

۵) نوسان‌گر هم‌آهنگ میرای یک بُعدی با  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ،  $\gamma = b/(2m)$  و  $\omega_0 = \sqrt{2}\gamma$  تحت نیروی خارجی زیر قرار دارد:

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ F_0 e^{-\gamma t}, & t \geq 0 \end{cases} \quad \text{ثابت و مثبت: } F_0$$

اگر ذره در  $t = 0$  در مبدا و ساکن بوده باشد، در  $t = \pi/\gamma$  کجاست؟ داریم:  $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \gamma$

$$\frac{F_0}{m\gamma^2} e^{-\pi/2} \quad (d) \quad \frac{2F_0}{m\gamma^2} e^{-\pi/2} \quad (c) \quad \frac{F_0}{m\gamma^2} e^{-\pi} \quad (b) \quad \frac{2F_0}{m\gamma^2} e^{-\pi} \quad (a)$$

۶) تشریحی: نوسان‌گر هم‌آهنگ میرای یک بُعدی با  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ،  $\gamma = b/(2m)$  و  $\omega_0 = \gamma$  تحت نیروی خارجی ثابت  $F_0$  قرار دارد. در زمان  $t = 0$  نوسان‌گر از  $x = 0$  با سرعت اولیه‌ی  $v_0$  شروع به حرکت می‌کند. مکان نوسان‌گر  $x(t)$  را به دست آورید.

۷) تشریحی: نوسان‌گر هم‌آهنگ میرای یک بُعدی با  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ،  $\gamma = b/(2m)$  و  $\omega_0 = \gamma$  تحت اثر نیروی خارجی  $F(t) = F_0 e^{-\omega_0 t}$  قرار دارد. پس از زمان طولانی مکان نوسان‌گر  $x(t)$  با چه تابعی از زمان تغییر می‌کند؟

روابط زیر ممکن است مفید باشد:

$$\int \ln \alpha \, d\alpha = \alpha \ln \alpha - \alpha \quad \int \frac{d\alpha}{1+\alpha^2} = \tan^{-1} \alpha$$