

به نام خدا

امتحان میان‌ترم اول مکانیک تحلیلی I دانش‌گاه الزهرا - مهرماه ۹۴

مسئله‌ی (۱) الف- ذره‌ای به جرم m که در ابتدا ساکن است، تحت تأثیر نیروی

$$\mathbf{F}(t) = F_0 e^{-t/\tau} \mathbf{i}$$

قرار می‌گیرد. F_0 و τ ثابت هستند. سرعت ذره $v(t)$ را به دست آورید.

ب- در زمان‌های اولیه یعنی زمانی که $\frac{t}{\tau} \ll 1$ است، سرعت ذره تقریباً چه قدر است؟

ج- پس از زمان‌های طولانی یعنی زمانی که $\frac{t}{\tau} \gg 1$ است، سرعت ذره تقریباً چه قدر است؟

مسئله‌ی (۲) ذره‌ای به جرم m در پتانسیل یک‌بعدی $V(x) = -V_0(x^4 - 2x^2)$ که V_0 ثابتی مثبت است، قرار دارد.

الف- انرژی پتانسیل $V(x)$ را بر حسب x رسم کنید.

ب- انرژی ذره $E = V_0$ و ذره از نقطه‌ی $0 < x_0 < 1$ در جهت منفی محور x در حرکت است. ذره پس از چه مدتی به $-x_0$ می‌رسد؟ این زمان را بر حسب m, V_0 و x_0 به دست آورید.

مسئله‌ی (۳) ذره‌ای در محیطی چسبنده حرکت می‌کند. نیروی مقاومت

$$F(v) = -cv^{3/2}$$

است. اگر سرعت اولیه‌ی ذره در مبدا یعنی $x = 0$ ، v_0 باشد، بیش‌ترین فاصله‌ای که ذره می‌تواند دور شود چه قدر است؟

مسئله‌ی (۴) معادله حرکت ذره‌ای به جرم m که به نوسان‌گر میرایی واداشته وصل است، $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 e^{-at}$ است. F_0 و a مقادیری ثابت و $k = ma^2$ و $b = ma$ است. مکان ذره بر حسب زمان را به دست آورید. ذره در ابتدا در مبدا و سرعتش v_0 است.