

به نام خدا

دانش گاه الزهرا - آذرماه ۹۳

امتحان میان ترم دوم مکانیک تحلیلی I

مسئله ۱) الف) سیاره ای به جرم  $m$  در یک مدار بیضی شکل دور ستاره ای به جرم  $M$  می گردد. در نقطه ای اوج، سرعت این جسم  $v_1$  و فاصله اش تا ستاره  $2a$  است. در نقطه ای حضیض، فاصله اش تا ستاره  $a$  است. سرعت سیاره در نقطه ای حضیض چه قدر است؟  
ب) دنباله دار هالی هر ۷۶ سال یک بار به دور خورشید می گردد. قطر بزرگ بیضی مدار هالی تقریباً چند برابر قطر بزرگ مدار زمین به دور خورشید است؟

مسئله ۲) ذره ای به جرم  $m$  تحت تأثیر نیروی مرکزی  $\mathbf{F}(r) = -kr^n \mathbf{e}_r$ , ( $k > 0$ ) است.  $n$  عددی صحیح و مثبت است.

الف) به ازای چه مقدار انرژی و تکانه زاویه ای مدار حرکت دایره ای به شعاع  $a$  و به مرکز مبدأ مختصات است؟

ب) دوره ای این حرکت دایره ای چه قدر است؟

ج) دوره ای نوسان های شعاعی حول حرکت دایره ای  $r = a$  چه قدر است؟

د) آیا مقادیری از  $n$  وجود دارند که مسیر کمی مختل شده بسته باشد؟ اگر جوابتان مثبت است به ازای چه مقادیری؟

مسئله ۳) ذره ای تحت تأثیر دو نوسان گر با بسامدهای  $\omega_x$  و  $\omega_y$  قرار دارد. مسیر ذره مطابق شکل زیر است.  $\frac{\omega_x}{\omega_y}$  برای هر یک از شکل های زیر چه قدر است؟

