

به نام خدا

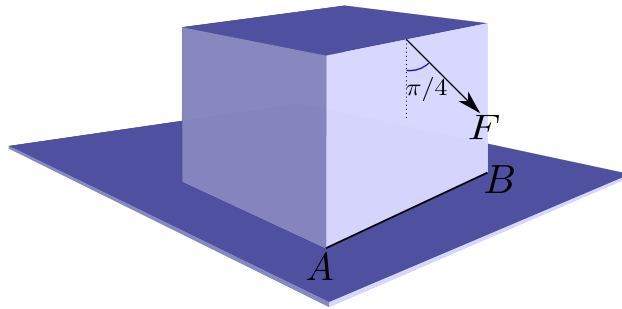
دانشگاه الزهراء - بهمن ماه ۱۴۰۰

امتحان پایان ترم مکانیک تحلیلی I

مسئله ۱) مطابق شکل نیروی F که با محور قائم زاویه $\frac{\pi}{4}$ می سازد، به وسط ضلع بالایی مکعبی همگن به جرم m و ضلع a که روی سطحی افقی قرار دارد وارد می شود. این نیرو باعث می شود که مکعب در آستانه ی غلتیدن حول محور AB و بلندشدن از سطح زمین باشد. ضریب اصطکاک آن قدر هست که جلوی لیز خوردن جسم را می گیرد. نیروی گرانش قائم و رو به پایین است.

الف- نیروی F ، نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح را به دست آورید.

ب- نقطه اثر نیروی عمودی سطح کجاست؟

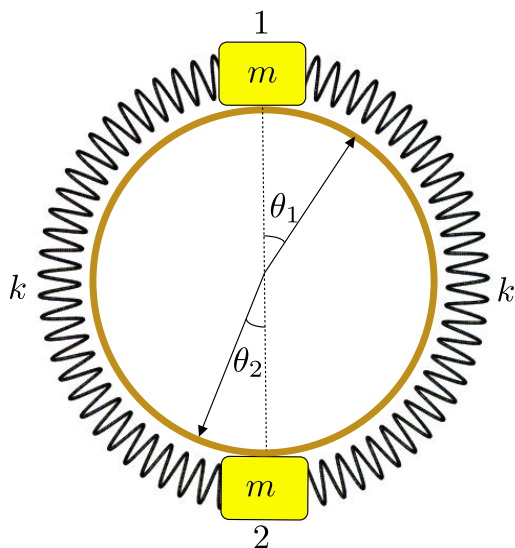


مسئله ۲) الف- دو ذره با جرم های یکسان m مطابق شکل توسط دو فنر با ضریب سختی k یکسان مقیدند که روی دایره ای افقی به شعاع R حرکت کنند. شکل را ببینید. هر دو فنر در طول آزاد خود هستند.

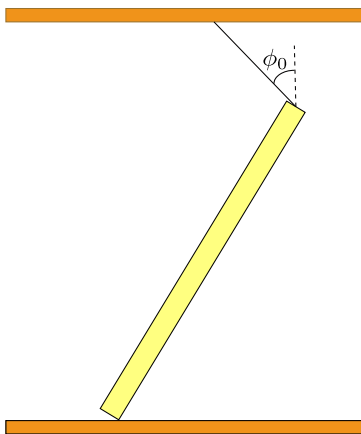
الف- اگر جسم 1 را به اندازه ی زاویه ی θ_1 و جسم 2 را به اندازه ی زاویه ی θ_2 از حالت تعادل منحرف کنیم، مقداری که روی دایره منحرف شده اند به ترتیب $x_1 = R\theta_1$ و $x_2 = R\theta_2$ می شود. فرض کنید حرکت جسم ها همواره مماس بر دایره می ماند و اصطکاک جسم ها با حلقه ی دایره ای ناچیز است. قانون نیوتن برای حرکت جسم ها مماس بر دایره را بنویسید.

ب- بسامدهای طبیعی نوسان برای این سیستم را به دست آورید. حرکت مربوط به هر کدام

از مُدهایِ طبیعی را در یک جمله توصیف کنید.



مسئله‌ی ۳) میله‌ای به جرم m و طول $2l$ از یک طرف با ریسمانی از سقف آویزان است و طرفِ دیگر آن روی سطحی افقی قرار دارد.



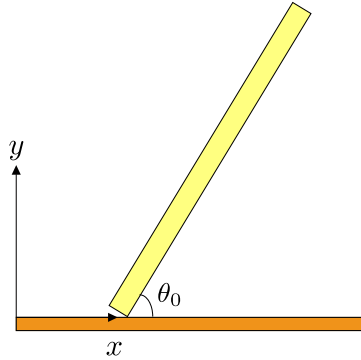
الف- فرض کنید اصطکاکِ بینِ میله و زمین ناچیز است. وقتی میله در حالِ تعادل باشد،

زاویه‌ی ϕ_0 یعنی زاویه‌ای که ریسمان با محورِ قائم می‌سازد، چه قدر است؟

ب- لختی دورانی میله حول مرکز جرمش را به دست آورید.

ج- وقتی میله ساکن و در حال تعادل است، زاویه‌ای که میله با افق می‌سازد را θ_0 بگیرید. وقتی

ریسمان را می‌بریم میله می‌افتد. در حین افتادن میله چه کمیت‌هایی پایسته‌اند؟



د- با استفاده از این کمیت‌های پایسته، $\dot{\theta}^2$ را بر حسب θ و پارامترهای مسئله به دست آورید.

ه- وقتی میله افقی می‌شود، سرعت زاویه‌ای آن $\dot{\theta}$ و مولفه‌های سرعت مرکز جرمش \dot{x} و \dot{y}

چه قدر هستند؟