دانشگاه الزهرا - دانشکده علوم اجتماعی و اقتصاد

اقتصادسنجی کارشناسی ارشد

(آزمون شکست ساختاری)

استاد: دکتر صفرزاده

فروردین ۹۹

آزمون های تغییر ساختاری Tests of structural change

شکست یا تغییر ساختاری در مدل‌های اقتصادسنجی زمانی پیش می‌آید که پارامترهای بیان کننده روابط بین متغیرها از یک زیرمجموعه داده‌ها نسبت به زیر مجموعه دیگر تفاوت بکند. ضمن اینکه شکست ساختاری ممکن است در محموعه‌ای از داده‌ها درنقاط مختلف اتفاق بیفتد ولی فعلا جهت سهولت فهم مطلب فرض می‌گیریم که فقط یک شکست اتفاق بیفتد. بنابراین داده‌ها کلا به دوگروه n_1و n_2 تایی تقسیم می‌شود. به عنوان مثال فرض کنید می‌خواهیم رفتار مصرفی جامعه را در دوران جنگ و صلح بررسی کنیم. مشاهدات مربوط به دوران صلح را با n_1 و مشاهدات مربوط به دوران جنگ را با n_2 نشان می‌دهیم. در اینصورت می‌توان از داده‌های دوران صلح برای برآورد تابع مصرف استفاده کرده و مانند رویه چو دوره جنگ را برآورد کنیم و یا برعکس.

آزمون یک تغییر ساختاری

آزمون تغییر ساختاری از سه راه متفاوت ولی معادل قابل انجام است. X_i و Y_i $(i=1,2)$ را به عنوان افرازهای داده‌ها در نظر بگیرید. مدل نامقید را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} Y_۱ \\ Y_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_۱ & o \\ o & X_۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_۱ \\ \beta_۲ \end{bmatrix} + \varepsilon \quad \& \ \varepsilon \sim \left(o, \sigma^۲ I\right) \qquad (۱)$$

که درآن $\beta_۱$ و $\beta_۲$ ضرایب رگرسیون در دو دوره صلح و جنگ است. فرضیه صفر نسبی بر عدم وجود شکست ساختاری به صورت زیر خواهد بود:

$$H_o : \beta_۱ = \beta_۲ \qquad (۲)$$

رویکرد اول برای آزمون این فرضیه به کارگیری آزمون قیدهای خطی است که در جلسات قبل دیدیم. براین اساس ماتریس قید به صورت $R=[I_k \; -I_k]$ بوده و مقدار قید هم r=0 خواهد بود. از جایگذاری در آماره آزمون F در قیدهای خطی $Rb-r=b_1-b_2$ بدست می‌آید؛ که درآن b_1 و b_2 ضرایب برآوردی رابطه (۱) هستند. همچنین برازش معادله (۱)، RSS نامقید را به صورت e'e بدست می‌دهد.

ضرایب برآوردی به روش OLS به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1'X_1 & o \\ o & X_2'X_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X_1'Y_1 \\ X_2'Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(X_1'X_1\right)^{-1} X_1'Y_1 \\ \left(X_2'X_2\right)^{-1} X_2'Y_2 \end{bmatrix}$$

بنابراین مدل مقید و نامقید را می‌توان از طریق تصریح مدل به صورت رابطه (۱) و برآورد آن یکبار به صورت یکجا و با تمام مشاهدات و یکبار به تفکیک و برای دوره جنگ و صلح برآورد کرد که در آن صورت RSS نامقید به صورت مجموع RSSهای دو دوره و به شکل $e'e = e'_{۱}e_{۱} + e'_{۲}e_{۲}$ بدست خواهد آمد و می‌توان با جایگذاری این RSS در رابطه آماره آزمون F فرضیه H_0 را آزمون کرد.

همچنین فرضیه H_0 فوق را مثل فصل قبل از طریق رگرسیون‌های مقید و نامقید هم می‌توان آزمون کرد. دراین صورت فرضیه H_0 رگرسیون مقید را به صورت زیر بدست می‌دهد:

$$\begin{bmatrix} Y_{۱} \\ Y_{۲} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{۱} \\ X_{۲} \end{bmatrix} \beta + \varepsilon \qquad (۳)$$

اگر RSS برازش معادله (۳) را به صورت e'_*e_* نشان دهیم، آماره آزمون فرضیه صفر به شکل

زیرخواهد بود:

$$F = \frac{(e'_*e_* - e'e)/k}{e'e/(n-۲k)} \sim F_{k,n-۲k}$$

برای رویکرد سوم مدل نامقید را می‌توان به صورت زیرنوشت:

$$\begin{bmatrix} Y_۱ \\ Y_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_۱ & o \\ X_۲ & X_۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_۱ \\ \beta_۲ - \beta_۱ \end{bmatrix} + \varepsilon \qquad (۴)$$

دراینصورت برای آزمون عدم وجود شکست ساختاری کافی است معنی داری k پارامتر دوم را

آزمون کنیم:

$$H_o : \beta_۲ - \beta_۱ = o$$

آزمون‌های مربوط به ضرایب شیب‌ها

برای انجام آزمون تغییر ساختاری در ضرایب شیب کافی است ماتریس X به صورت زیر افراز شود.

$$X_{1} = \begin{bmatrix} i_{1} & X^{*}_{1} \end{bmatrix} \qquad X_{2} = \begin{bmatrix} i_{2} & X^{*}_{2} \end{bmatrix}$$

که درآن i_1 و i_2 بردارهایی متشکل از به ترتیب n_1 و n_2 یک هستند و X_i هم $k-1$ رگرسور را دربر می‌گیرد. متناسب با این افراز می‌توان بردار ضرایب β را نیز افراز کرد:

$$\beta'_{1} = \begin{bmatrix} \alpha_{1} & \beta^{*\prime}_{1} \end{bmatrix} \qquad \beta'_{2} = \begin{bmatrix} \alpha_{2} & \beta^{*\prime}_{2} \end{bmatrix}$$

با این توصیف فرضیه صفر به صورت زیرخواهد بود:

$$H_o : \beta_۱^* = \beta_۲^*$$

با این افراز مدل نامقید را می‌توان به شکل زیرنوشت:

$$\begin{bmatrix} Y_۱ \\ Y_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_۱ & o & X^*_۱ & o \\ o & i_۲ & o & X^*_۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_۱ \\ \alpha_۲ \\ \beta_۱^* \\ \beta_۲^* \end{bmatrix} + \varepsilon \qquad (۵)$$

براین اساس مدل مقید نیز به صورت زیرخواهد بود:

$$\begin{bmatrix} Y_۱ \\ Y_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_۱ & o & X^*_۱ & o \\ o & i_۲ & o & X^*_۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_۱ \\ \alpha_۲ \\ \beta^* \end{bmatrix} + \varepsilon \qquad (۶)$$

با استفاده از RSS دو مدل (۵) و (۶) می‌توان فرضیه صفر را آزمون کرد.

رویکرد دیگر برای ارائه مدل نامقید به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 & o & X^*_1 & o \\ i_2 & i_2 & X^*_2 & X^*_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 - \alpha_1 \\ \beta_1^* \\ \beta_2^* - \beta_1^* \end{bmatrix} + \varepsilon \qquad (7)$$

در این صورت برای آزمون فرضیه H_0 کافی است معنی‌داری توام $k-1$ ضریب آخر را آزمون کرد.

آزمون عرض از مبدأها

برای آزمون تغییر ساختاری در عرض از مبدأها نیز مانند شیب‌ها دو رویکرد می‌توان به کار بست. یکی استفاده از رگرسیون‌های مقید و نامقید و دیکری آزمون فرضیه‌های خطی. در این شرایط رگرسیون نامقید همان رابطه (۶) خواهد بود و رگرسیون مقید نیز به صورت زیر قابل ارائه است:

$$\begin{bmatrix} Y_{۱} \\ Y_{۲} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{۱} & X^{*}_{۱} \\ i_{۲} & X^{*}_{۲} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta^{*} \end{bmatrix} + \varepsilon \quad (۸)$$

همچنین جهت استفاده از رویکرد آزمون فرضیه‌های خطی نیز می‌توان رگرسیون نامقید را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{bmatrix} Y_{۱} \\ Y_{۲} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{۱} & o & X^{*}_{۱} \\ i_{۲} & i_{۲} & X^{*}_{۲} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{۱} \\ \alpha_{۲} - \alpha_{۱} \\ \beta^{*} \end{bmatrix} + \varepsilon \qquad (۹)$$

که در این صورت آزمون معنی‌داری رگرسور دوم معادل آزمون تغییر ساختاری در عرض از مبدأها خواهد بود

خلاصه

مدل‌های سه گانه زیر را در نظر بگیرید:

پارامترهای یکسان

$$I: \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 & X^*_1 \\ i_2 & X^*_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta^* \end{bmatrix} + \varepsilon$$

عرض از مبدأهای متفاوت و شیب‌های یکسان

$$II: \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 & o & X^*_1 \\ o & i_2 & X^*_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \beta^* \end{bmatrix} + \varepsilon$$

عرض از مبدأ و شیب‌های متفاوت

$$III: \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 & o & X^*_1 & o \\ o & i_2 & o & X^*_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \beta^*_1 \\ \beta^*_2 \end{bmatrix} + \varepsilon$$

به کاربستن روش حداقل مربعات معمولی برای هر مدل RSS متناظر آن را با درجه آزادی متناسب ایجاد خواهد کرد؛ که درجه آزادی مدل اول n-k، دوم $n-k-۱$ و سوم $n-۲k$ خواهد بود. آماره آزمون برای فرضیه‌های مختلف به شکل زیر خواهد بود:

$$H_o : \alpha_۱ = \alpha_۲$$

$$F = \frac{RSS_I - RSS_{II}}{RSS_{II} / (n-k-۱)} \sim F_{۱,(n-k-۱)}$$

$$H_o : \beta_۱^* = \beta_۲^*$$

$$F = \frac{(RSS_{II} - RSS_{III}) / k-۱}{RSS_{III} / (n-۲k)} \sim F_{(k-۱),(n-۲k)}$$

$$H_o : \beta_۱ = \beta_۲$$

$$F = \frac{(RSS_I - RSS_{III}) / k}{RSS_{III} / (n-۲k)} \sim F_{(k),(n-۲k)}$$

آزمون‌های شکست ساختاری را می‌توان از دو جهت تعمیم داد:

۱- می‌توان داده‌ها را به بیش از دو دسته افراز کرد؛ به عبارت دیگر برای شکست‌های چندگانه آزمون انجام داد.

۲- می‌توان پارامترها را به جای تفکیک به عرض از مبدأ و شیب به چند گروه تفکیک کرده و آزمون تغییر ساختاری را روی بلوک‌های مختلف پارامترها انجام داد.

متغیرهای موهومی (Dummy Variable)

متغیرهای موهومی در شرایط و حالات مختلفی کاربرد دارند که مهمترین آنها به شرح زیر است:

- برخی متغیرها کیفی بوده و قابل اندازه‌گیری نیستند (Qualitative Variables)
- در شرایط تغییرات ساختاری (Structural Change)
- اثرات آستانه‌ای (Threshold Effects)

به عنوان مثال اگر بخواهیم یک مدل رگرسیون در مورد سطح دستمزدها تصریح و برآورد کنیم در این صورت برخی متغیرهای موثر بر دستمزد کیفی بوده و امکان اندازه‌گیری ندارند :

$$Wage = \beta_۱ + \beta_۲ A + \beta_۳ E + \beta_۴ G + \beta_۵ R + \varepsilon$$

$A : Age$

$E : Education$

$G : Gender$

$R : Race$

در این شرایط برای بیان این متغیرها معمولا از متغیرهای موهومی استفاده می‌شود که ارزش صفر و یک یا ترتیبی می‌گیرند.

$$R = \begin{cases} o & white \\ ۱ & nonwhite \end{cases}$$

$$E = \begin{cases} o & Highschool \\ ۱ & BA \mid BS \\ ۲ & MA \mid MS \\ ۳ & PHD \end{cases}$$

$$G = \begin{cases} ۱ & Female \\ o & Male \end{cases}$$

به عنوان مثال مدل دستمزد برای افرادی که سطح تحصیلات دبیرستان دارند و سفید پوست و مرد هستند به صورت زیر در می آید:

$$w = \beta_1 + \beta_2 Age + \varepsilon$$

یا برای زنان با تحصیلات دبیرستان و سفید پوست:

$$w = \beta_1 + \beta_4 + \beta_2 Age + \varepsilon$$

درمورد بحث آموزش فرض کرده‌ایم که اختلاف سطح دستمزد ناشی از تغییرات تحصیلات یکسان است؛ یعنی وقتی از مقطع دبیرستان وارد لیسانس بشویم افزایش دستمزدها همان اندازه خواهد بود که در صورت تغییر از لیسانس به فوق لیسانس و... ولی در عمل واقعیات غیر از اینها را نشان می‌دهد. بنابراین برای رفع این مشکل پارامتر β_3 را به شکل زیر می‌شکنیم:

$$\gamma_1(BA) + \gamma_2(MA) + \gamma_3(PhD)$$

در برخی موارد ممکن است غیر از عرض از مبدا شیب تابع رگرسیون نیز عوض شود. در این صورت تابع رگرسیون به شکل زیر در می‌آید. به عنوان مثال برای معادله دستمزد:

$$Wage = \beta_۱ + \beta_۲ Age + \beta_۳ E + \beta_۴ G + \beta_۵ (E.G) + \varepsilon$$

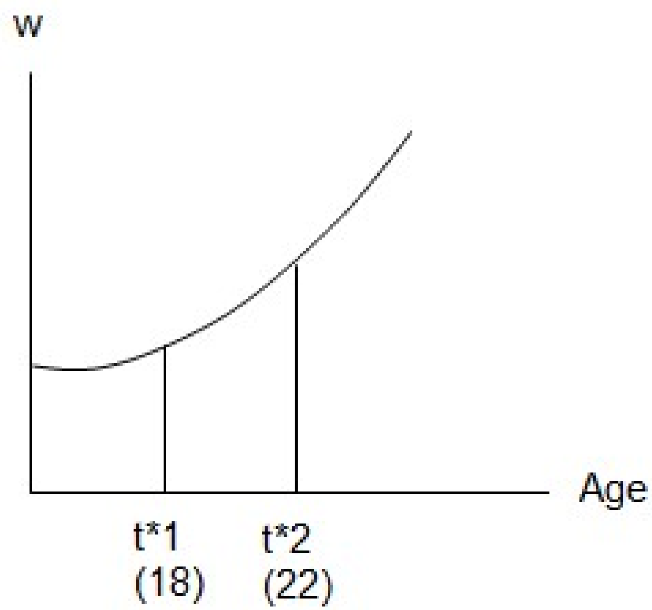
$$\frac{\partial w}{\partial E} = \begin{cases} \beta_۳ & Male \\ \beta_۳ + \beta_۵ & Female \end{cases}$$

یا ممکن است نرخ افزایش دستمزد در سنین مختلف متفاوت باشد؛ به عنوان مثال در شکل زیر هم عرض از مبدا و هم شیب رگرسیون عوض شده است. بنابراین در اعمال متغیرهای موهومی باید هردو لحاظ شود.

$$W = \beta_{۱} + \beta_{۲} Age + r_{۱} d_{۱} + \delta_{۱} d_{۱}.Age + r_{۲} d_{۲} + \delta_{۲} d_{۲}.Age + \varepsilon$$

$$d_{۱} = ۱ \quad if \quad Age \geq t_{۱}^{*} \quad (۱۸)$$

$$d_{۲} = ۱ \quad if \quad Age \geq t_{۲}^{*} \quad (۲۲)$$



کاربرد دیگر متغیرهای موهومی در تعدیلات فصلی داده‌هاست. (Deseasonalized Data)

$$c = \beta_o + \beta_۱ D_۱ + \beta_۲ D_۲ + \beta_۳ D_۳ + \varepsilon$$

$$D_۱ \begin{cases} o & \\ ۱ & Summer \end{cases}$$

$$D_۲ \begin{cases} o & \\ ۱ & Fall \end{cases}$$

$$D_۳ \begin{cases} o & \\ ۱ & Winter \end{cases}$$

برای اینکه مشکل برآورد پیش نیاید یکی از متغیرهای موهومی پایه در نظر گرفته می‌شود و یا اینکه در مدل عرض از مبدا را حذف می‌کنیم.

کاربرد مهمتر دیگر متغیرهای موهومی استفاده از آن در تغییرات رفتاری برخی متغیرها و یا روابط بین آنهاست. در برخی موارد ممکن است دو متغیر در یک دامنه یک نوع رابطه باهم داشته باشند ولی در دامنه‌ای دیگر این رابطه تغییر کند. به عنوان مثال رابطه تورم و بیکاری، تورم و رشد اقتصادی و ... از این نوع پدیده‌هاست.

$$\dot{Y} = \alpha + X\beta + \gamma \ln(\pi) + ۲\delta + \eta\left[D\left(\ln(\pi) - \ln(\pi^*)\right)\right] + \varepsilon$$

که در آن x متغیرهای نئوکلاسیک رشد، z متغیرهای مربوط به رشد درونزا و π و π^* به ترتیب نرخ تورم و نرخ تورم آستانه‌ای است.

$$D\begin{cases} = ۱ & \pi > \pi^* \\ = o & \pi < \pi^* \end{cases}$$